

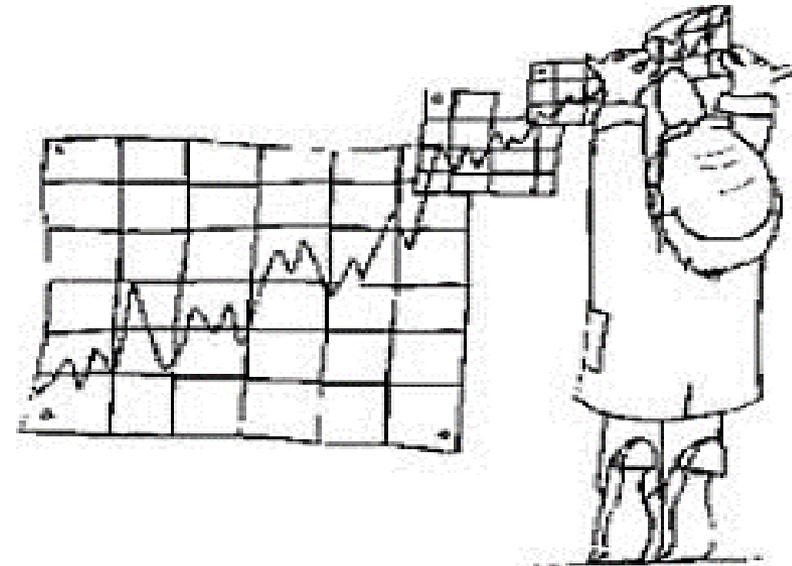
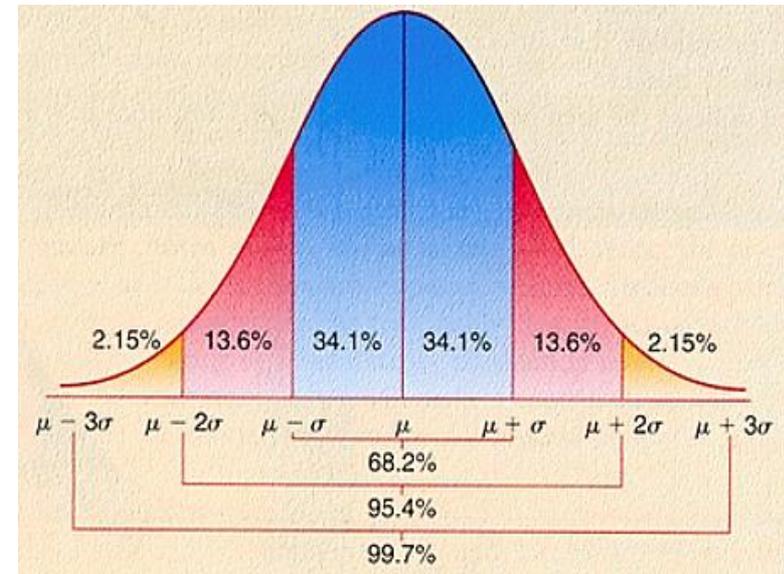
# HISTOGRAMA

Prof. Eveline Pereira



# VARIABILIDADE

- A variabilidade está presente em todos os processos de produção e serviços
- Quando os processos estão sob controle estatístico, a variabilidade segue um padrão, o qual é conhecido como **distribuição**
- A distribuição representa o padrão de variação de uma população

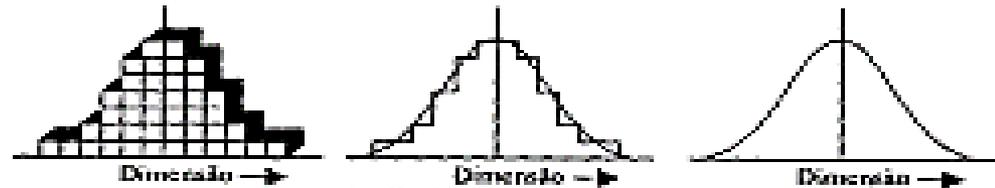


## Causas Comuns e Especiais de Variação

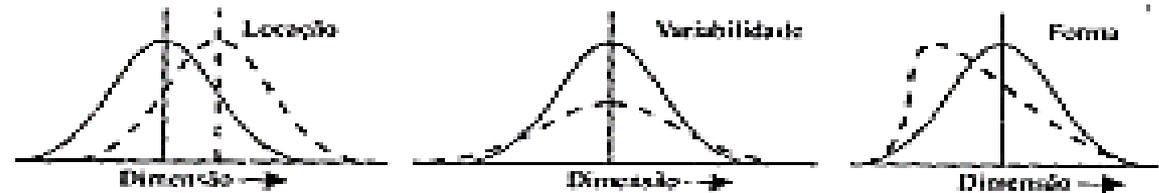
Os produtos de um processo apresentam variabilidade



mas eles formam um padrão que, se for estável, é denominado distribuição.

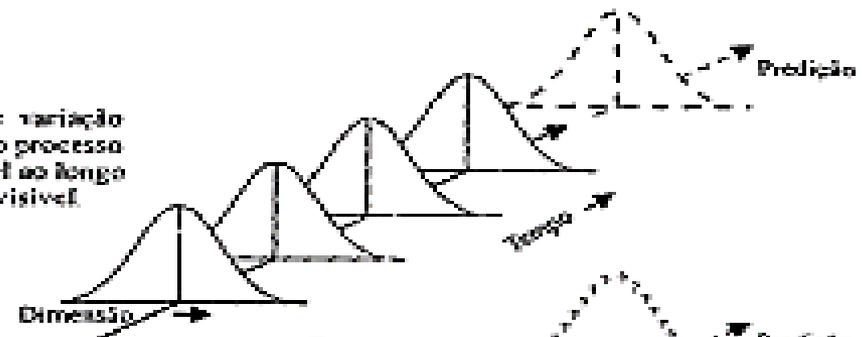


As distribuições podem diferir em:

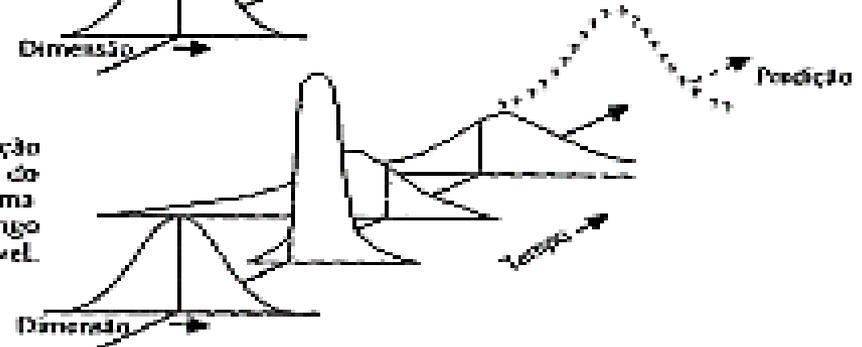


... ou em qualquer combinação das três.

Se somente causas comuns de variação estão presentes, o produto do processo segue uma distribuição estável ao longo do tempo, sendo portanto previsível.



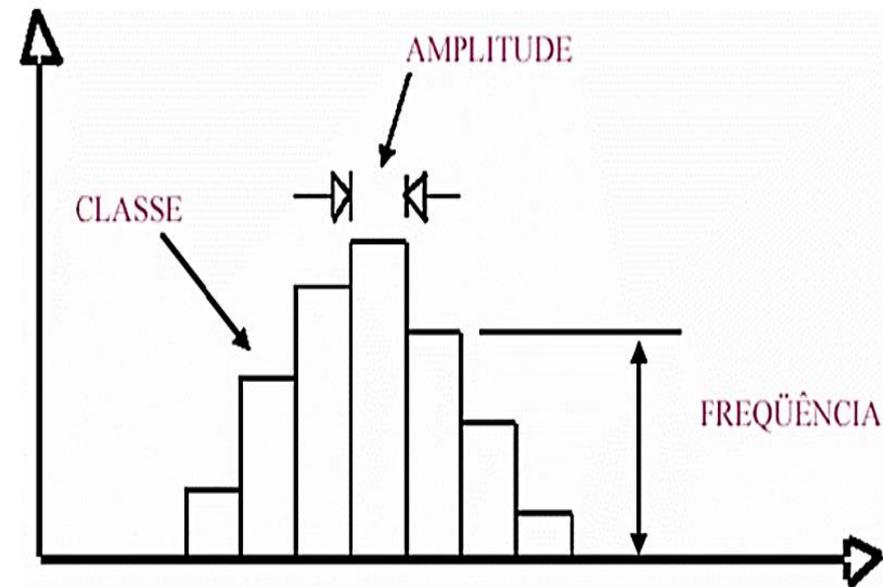
Se causas especiais de variação estão presentes, o produto do processo não segue uma distribuição estável ao longo do tempo, não sendo previsível.



**VARIABILIDADE**

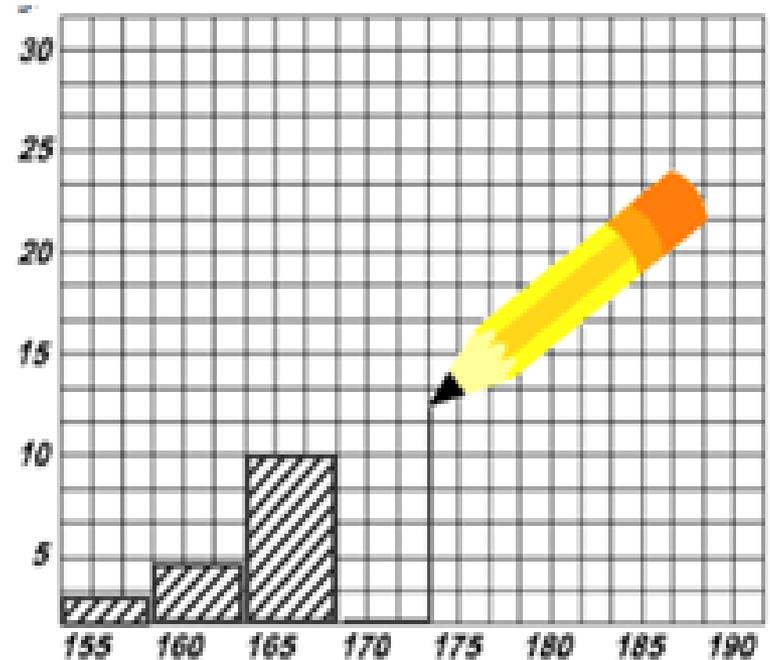
# HISTOGRAMA

- *É um gráfico de barras que mostra a distribuição de dados por categorias.*
- *Representa uma distribuição de frequência.*
- *As frequências são organizadas em classes, nas quais se observa a tendência central dos valores e a sua variabilidade.*



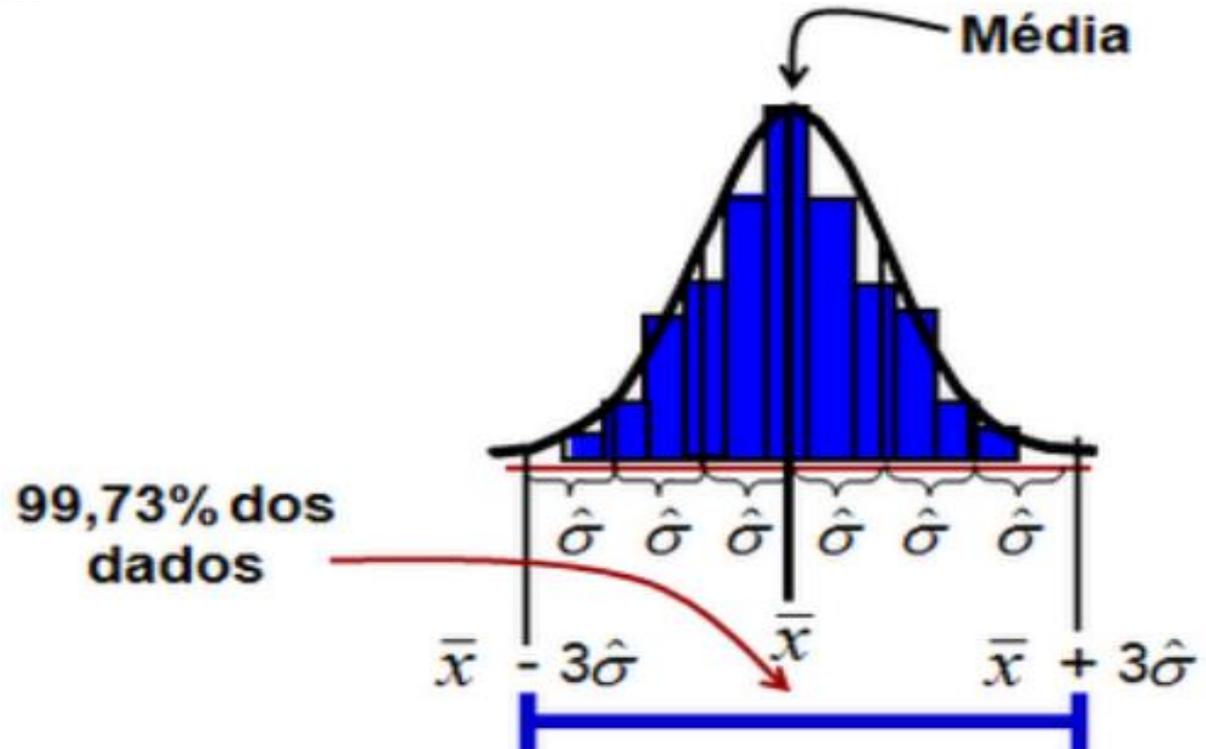
# HISTOGRAMA

- É um gráfico de barras no qual o eixo horizontal, subdividido em vários pequenos intervalos, apresenta os valores assumidos por uma variável de interesse.
- Para cada um dos intervalos é construída uma barra vertical, cuja área deve ser proporcional ao número de observações na amostra cujos valores pertencem ao intervalo correspondente.



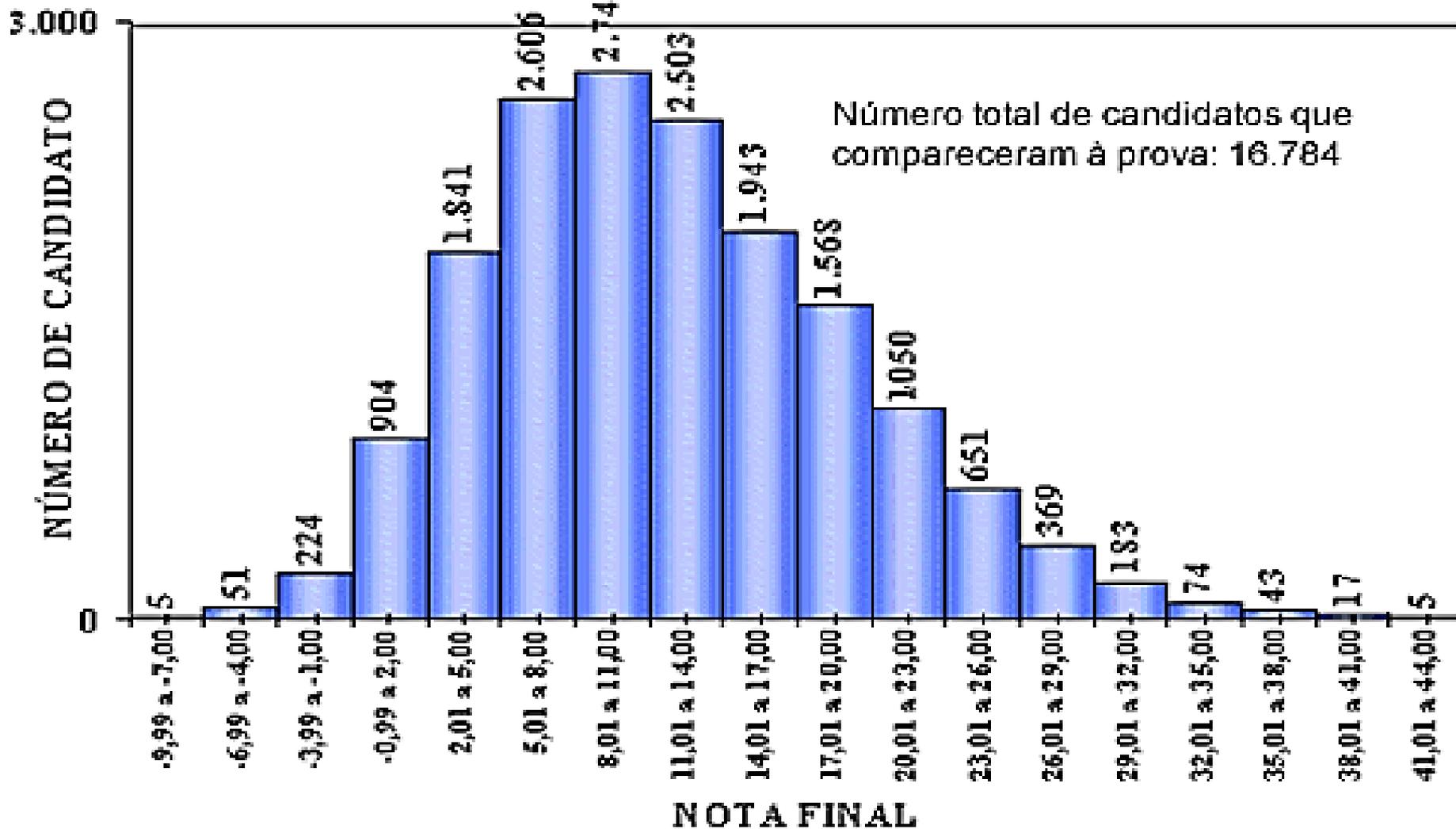
# HISTOGRAMA

- O histograma dispõe as informações, de modo que seja possível a visualização da **forma da distribuição** de um conjunto de dados e também a percepção da **localização do valor central** e da **dispersão dos dados** em torno desse valor central.



# HISTOGRAMA

Distribuição do número de candidatos segundo as notas finais



# COMO CONSTRUIR UM HISTOGRAMA

- **1- Colete n dados referentes a variável cuja distribuição será analisada**
  - Recomenda-se  $n > 50$  para obter um padrão representativo da distribuição
- **2- Escolha o número de intervalos ou classes k**
  - Não existe uma só regra para a escolha do número de classes:
    - $k = \sqrt{n}$  ou:

Tamanho da Amostra n	Número de Intervalos k
<50	5 - 7
50 - 100	6 - 10
100 - 250	7 - 12
>250	10 - 20

# COMO CONSTRUIR UM HISTOGRAMA

- **3 - Identifique o menor valor (MÍN) e o maior valor (MÁX) da amostra**
  
- **4 - Calcule a amplitude dos dados ( R )**
  - $R = \text{MAX} - \text{MIN}$
  
- **5 - Calcule o comprimento de cada intervalo:**
  - $h = R/k$
  - $h$  = amplitude da classe
  - $R$  = amplitude da distribuição
  - $k = n^\circ$  de classes dados por  $k = \sqrt{n}$  ou tabela
  
- **6 - Arredonde o valor de  $h$  de forma que seja obtido um número conveniente.**



# COMO CONSTRUIR UM HISTOGRAMA

- **7- Calcule os limites de cada intervalo**
  - **Primeiro Intervalo:**
    - Limite Inferior: iniciar logo abaixo do menor valor ou
    - $LS_1 = LI_1 - h/2$
    - Limite Superior  $LS_1 = LI_1 + h$
  - **Segundo Intervalo:**
    - Limite Inferior:  $LI_2 = LS_1$
    - Limite Superior  $LS_2 = LI_2 + h$
- **Ex:** Se o menor valor é 3,2, podemos começar o intervalo em 3 , se a amplitude for 5 então o primeiro intervalo será de 3 até 8 e o próximo de 8 a 13.



# COMO CONSTRUIR UM HISTOGRAMA

- 8- Construa uma tabela de distribuição de frequências, constituída pelas seguintes colunas:

<b>Nº do Intervalo (i)</b>	<b>Limites dos Intervalos</b>	<b>Ponto Médio (LI + LS)/2</b>	<b>Tabulação</b>	<b>Frequência (fi)</b>



# COMO CONSTRUIR UM HISTOGRAMA

## ■ 9 - Desenhe o histograma

- Construa uma escala no eixo horizontal para representar os limites dos intervalos
- Construa uma escala no eixo vertical para representar as frequências dos intervalos
- Desenhe um retângulo em cada intervalo, com base igual ao comprimento ( $h$ ) e a altura igual à frequência  $f$  do intervalo

## ■ 10 – Acrescente ao gráfico:

- Título
- Período de coleta de dados
- Tamanho da Amostra



# COMO CONSTRUIR UM HISTOGRAMA - EXEMPLO

- Etapa 1: Obter dados

<b>Medidas do Rendimento (%) de uma Reação para a Produção de uma Substância Química:</b>							
81,8	87,1	82,7	79,8	81,3	79,5	88,5	75,6
81,6	73,9	84,5	87,1	82,0	79,3	82,5	87,1
83,0	87,3	79,7	82,0	83,6	84,5	80,4	78,1
86,4	76,7	83,7	78,4	76,0	80,9	80,2	78,9
77,4	78,5	82,9	81,9	80,7	78,4	78,0	81,4
84,6	79,5	82,3	80,5	80,7	79,0	90,0	79,9
86,8	80,1	83,2	78,2	80,4	85,5	85,5	79,3
83,0	78,1	83,4	83,6	85,7	86,8	86,5	83,8
86,8	83,5	79,9	76,6	84,3	78,5	74,4	71,8
79,1	82,1	84,5	78,4	80,7	70,7	78,5	85,2

$n = 80$

# COMO CONSTRUIR UM HISTOGRAMA - EXEMPLO

- **Etapa 02:**
- $k = 8$ , escolhido a partir da tabela:

Tamanho da Amostra $n$	Número de Intervalos $k$
<50	5 - 7
50 - 100	6 - 10
100 - 250	7 - 12
>250	10 - 20



# COMO CONSTRUIR UM HISTOGRAMA - EXEMPLO

- **Etapa 03:**

- $\text{MIN} = 70,7$  e  $\text{MAX} = 90,0$

- **Etapa 04:**

- Amplitude  $R = \text{MAX} - \text{MIN}: 90,0 - 70,7 = 19,3$

- **Etapa 05:**

- Comprimento de cada intervalo:  $h = R/k : 19,3/8 = 2,41$

- **Etapa 06:**

- Arredondamento do valor de  $h : h = 2,5$



# COMO CONSTRUIR UM HISTOGRAMA - EXEMPLO

- **Etapa 07:**
  - Cálculo dos limites de cada intervalo:

## Primeiro Intervalo:

- $LI_1 = MIN - h/2$
- $LI_1 = 70,7 - 2,5/2$
- $LI_1 = 69,45 \approx 69,5$
  
- $LS_1 = LI_1 + h$
- $LS_1 = 69,5 + 2,5$ 
  - $LS_1 = 72,0$

## Segundo Intervalo:

- $LI_2 = LS_1$
- $LI_2 = 72,0$
  
- $LS_2 = LI_2 + h$
- $LS_1 = 72,0 + 2,5$ 
  - $LS_1 = 74,5$



# COMO CONSTRUIR UM HISTOGRAMA - EXEMPLO

## ▪ Etapa 8:

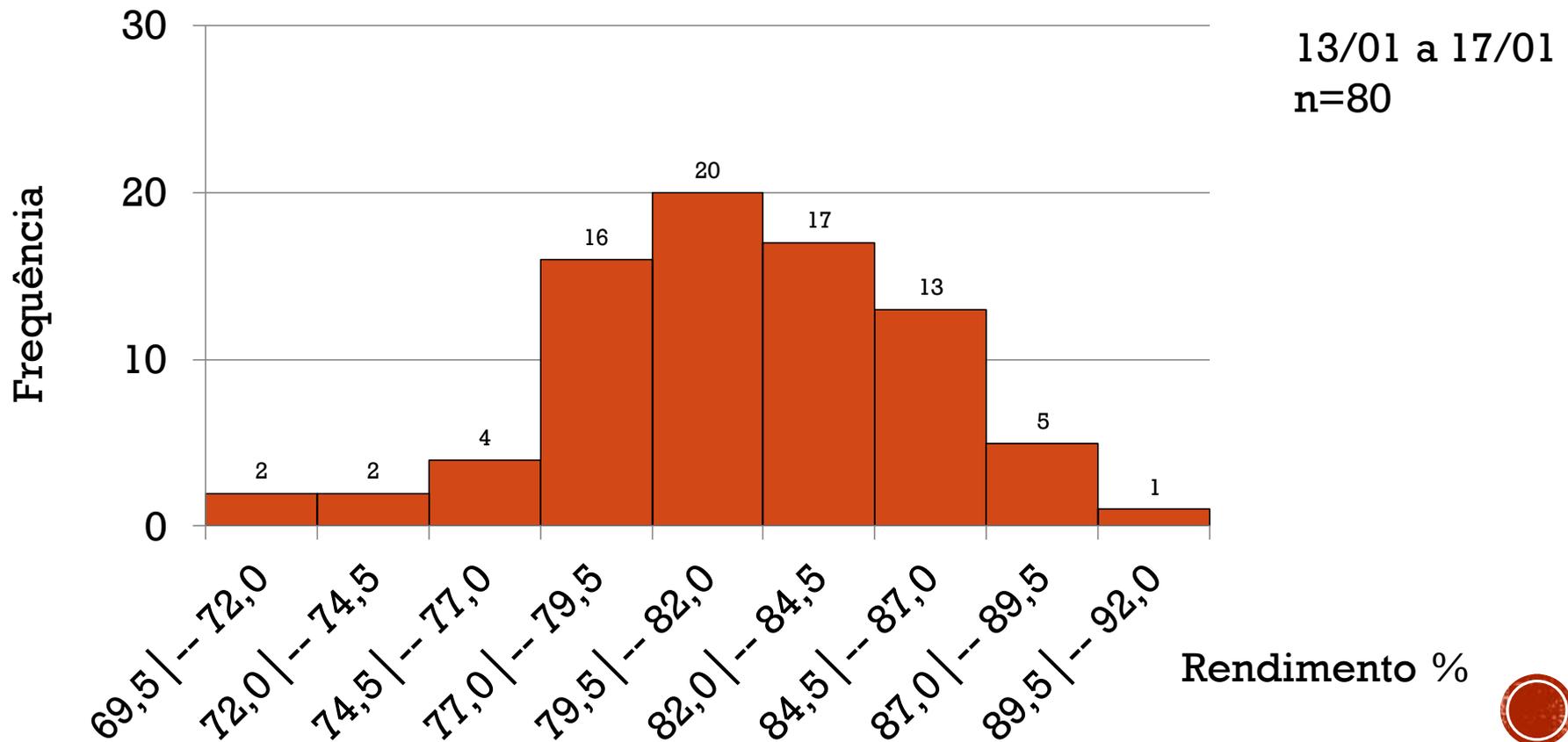
➤ Construção da tabela de distribuição de frequências

Distribuição de frequência para o rendimento (%) de uma reação para produção de uma substância química					
Intervalo (i)	Limites dos intervalos	Ponto Médio	Tabulação	Frequência (fi)	Frequência Relativa (fi/n)
1	69,5   – 72,0	70,75		2	0,0250
2	72,0   – 74,5	73,25		2	0,0250
3	74,5   – 77,0	75,75		4	0,0500
4	77,0   – 79,5	78,25		16	0,2000
5	79,5   – 82,0	80,75		20	0,2500
6	82,0   – 84,5	83,25		17	0,2125
7	84,5   – 87,0	85,75		13	0,1625
8	87,0   – 89,5	88,25		5	0,0625
9	89,5   – 92,0	90,75		1	0,0125
<b>Total</b>				<b>80</b>	<b>1,0000</b>

# COMO CONSTRUIR UM HISTOGRAMA - EXEMPLO

- **Etapas 9 e 10:** Construção do histograma

**Histograma para o Rendimento (%) de uma Reação para Produção de uma Substância Química**



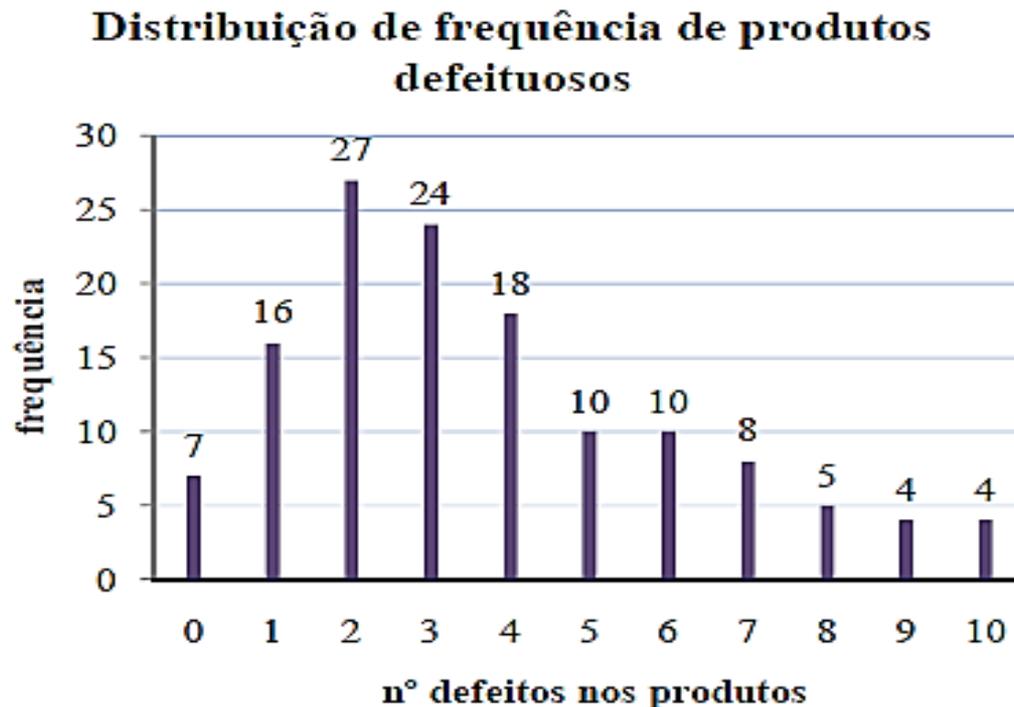
# COMO CONSTRUIR UM HISTOGRAMA - EXEMPLO

- Observando o histograma gerado, os técnicos da empresa obtiveram uma visão geral da forma da distribuição das medidas do rendimento da reação química:
  - O gráfico pode ser considerado, razoavelmente simétrico
  - O histograma apresenta apenas um pico
  - A região central da distribuição das medidas está em torno de 80%
  - A amplitude total dos dados está próxima de 20



# COMO CONSTRUIR UM HISTOGRAMA - EXEMPLO

- **Variáveis discretas:**
- Quando construímos histogramas para variáveis discretas, assumindo apenas valores inteiros, não há intervalos de classes no eixo horizontal por isso, as barras são representadas por linhas verticais.



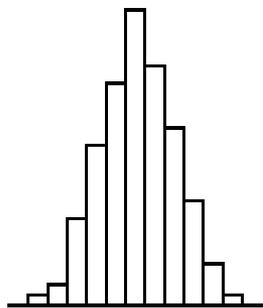
# HISTOGRAMA

- Uma leitura atenta do histograma deve responder:
  - Qual é a forma da distribuição?
  - Existe um ponto central bem definido?
  - Quão grande é a variação?
  - Qual é a amplitude dos dados?
  - Existe apenas um pico?
  - A distribuição é simétrica?
  - Existem barras isoladas?
  - Quais conclusões que você pode tirar sobre o desempenho do processo em relação à característica estudada?
  - O histograma é conclusivo ou seu aspecto sugere a necessidade de estratificação para buscar as causas das anomalias encontradas?

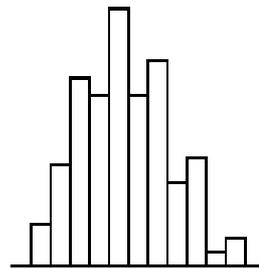


# TIPOS DE HISTOGRAMAS

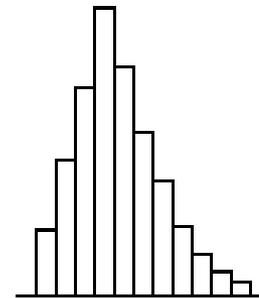
- É possível obter informações úteis sobre o estado da população através da análise do perfil do histograma. Os perfis seguintes são típicos, e podemos utilizá-los como modelos para análise de um processo.



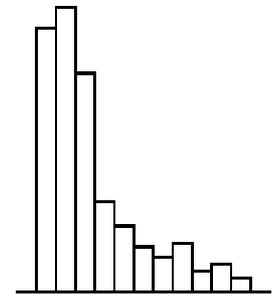
a) Tipo geral



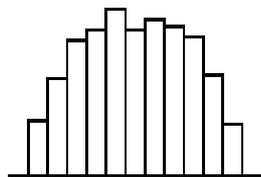
b) Tipo pente



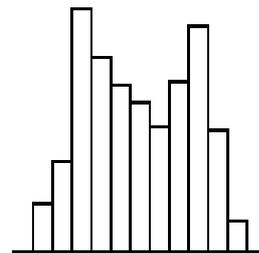
c) Tipo assimétrico positivo



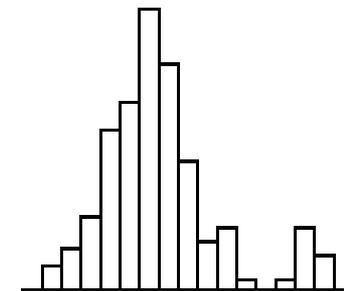
d) Tipo declive à direita



e) Tipo platô



f) Tipo picos duplos



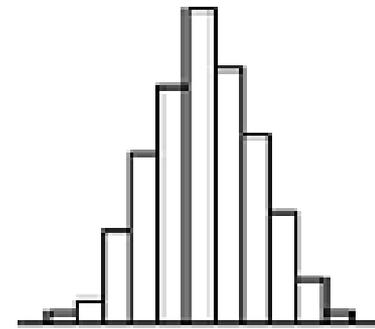
g) Tipo picos isolados

Fig. 2 – Tipos de histograma

# TIPOS DE HISTOGRAMAS

## ▪ Tipo Geral, Simétrico ou em Forma de Sino

- O valor médio do histograma está no meio da faixa dos dados.
- A frequência é mais alta no meio e torna-se gradualmente mais baixa na direção dos extremos.
- O perfil é simétrico.
- É o formato encontrado com mais frequência.
- O processo ao qual a variável está associada é estável

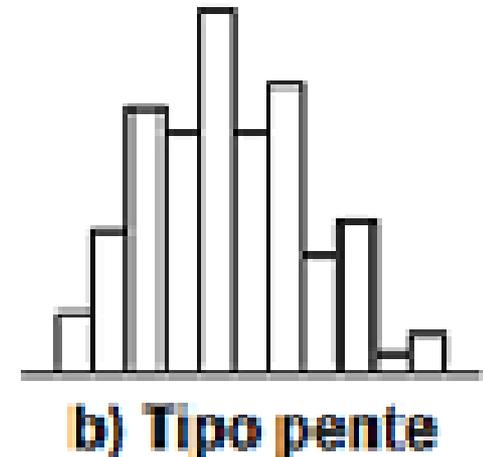


**a) Tipo geral**

# TIPOS DE HISTOGRAMAS

- **Tipo Pente (multi-modal):**

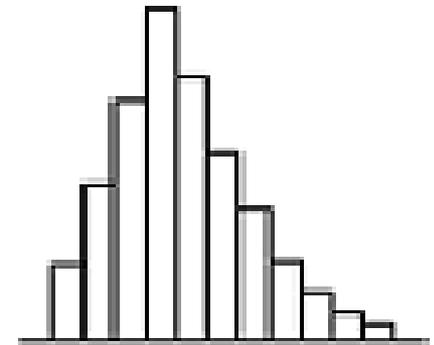
- As classes possuem frequências altas e baixas alternadamente.
- Este perfil ocorre quando a quantidade de dados incluídos na classe varia de classe para classe, ou quando existe uma tendência particular no modo como os dados são arredondados.



# TIPOS DE HISTOGRAMAS

- **Tipo assimétrico:**

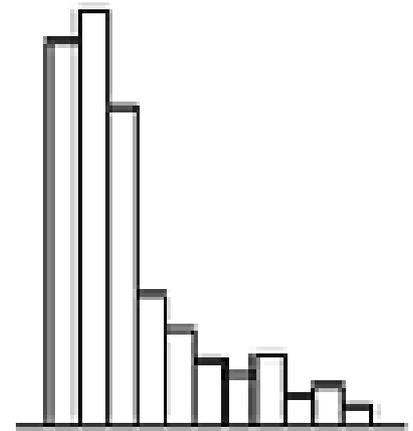
- O valor médio do histograma fica localizado à esquerda ou a direita do centro da faixa da variação.
- A frequência decresce um tanto abruptamente de um lado, porém de forma suave do outro.
- Isto ocorre quando o limite inferior ou superior é controlado, ou teoricamente, ou por um valor de especificação, ou quando valores mais baixos ou mais altos do que um certo valor não ocorrem.
- Ex.: não há teor de impureza menor que 0% ou, a variável possui apenas um limite de especificação



**c) Tipo assimétrico**

# TIPOS DE HISTOGRAMAS

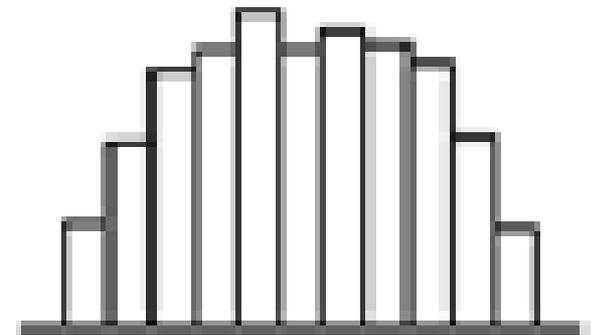
- **Tipo declive à direita (declive à esquerda) ou Abrupto à esquerda (direita)**
  - O valor médio do histograma fica localizado à esquerda ou direita do centro da faixa da variação.
  - A frequência decresce abruptamente de um lado e lentamente do outro.
  - Isto ocorre com frequência quando uma triagem de 100% tiver sido feita por causa da baixa capacidade do processo.



d) Tipo declive à direita

# TIPOS DE HISTOGRAMAS

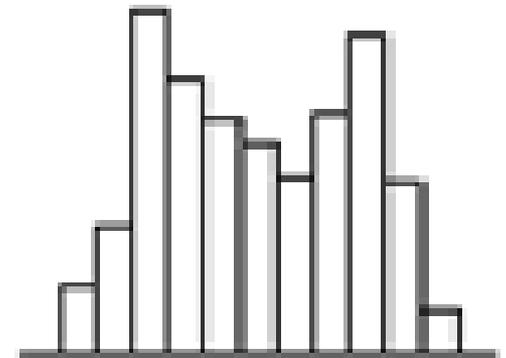
- **Tipo platô:**
  - A frequência em cada classe forma um platô porque as classes possuem mais ou menos a mesma frequência exceto aquelas das extremidades.
  - Este formato ocorre quando há mistura de várias distribuições que têm diferentes médias



e) Tipo platô

# TIPOS DE HISTOGRAMAS

- **Tipo picos duplos (bimodal):**
  - A frequência é baixa próximo ao meio da faixa de dados e existe um pico em um e outro lados.
  - Este formato ocorre quando duas distribuições com médias muito diferentes são misturadas.
  - Ex.: dados provenientes de duas máquinas ou dois turnos

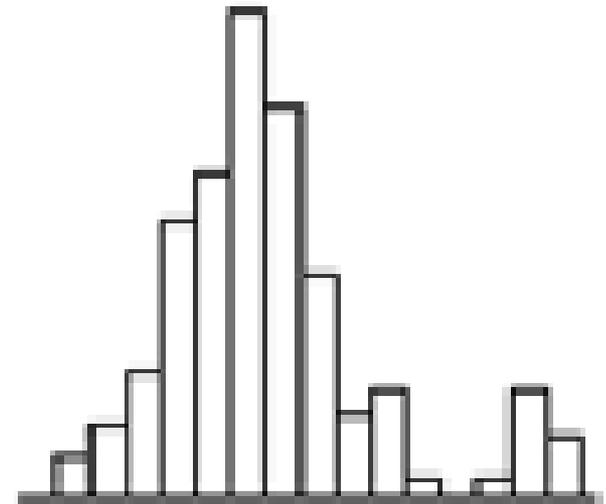


**f) Tipo picos duplos**

# TIPOS DE HISTOGRAMAS

- **Tipo pico isolado:**

- Existe um pequeno pico isolado em adição a um histograma do tipo geral.
- Este é um perfil que ocorre quando há uma pequena inclusão de dados de uma distribuição diferente, como no caso de anormalidade do processo, erro de medição, ou inclusão de dados de um processo diferente.



**g) Tipo picos isolados**

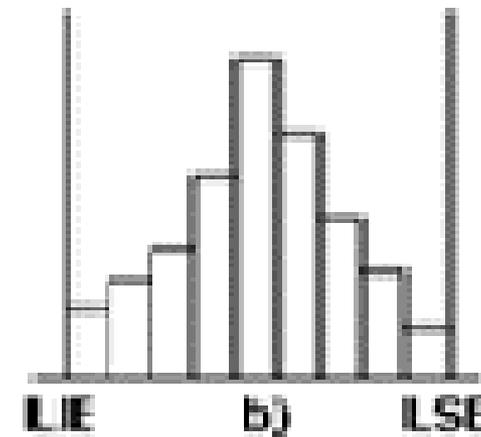
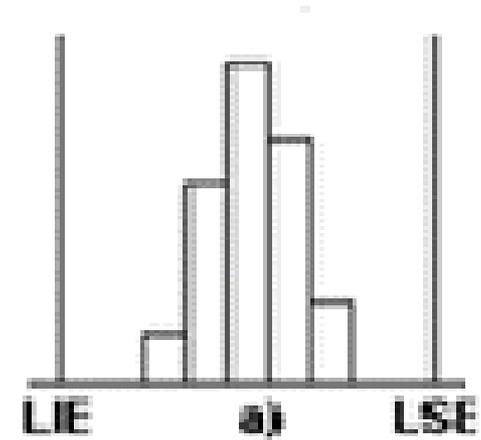
# COMPARAÇÃO DE HISTOGRAMAS E LIMITES DE ESPECIFICAÇÃO

- Se houver especificação, trace as linhas dos limites da especificação no histograma, para comparar a distribuição com a especificação. Depois veja se o histograma está localizado bem dentro dos limites.
- Cinco situações podem ocorrer:



# COMPARAÇÃO DE HISTOGRAMAS E LIMITES DE ESPECIFICAÇÃO

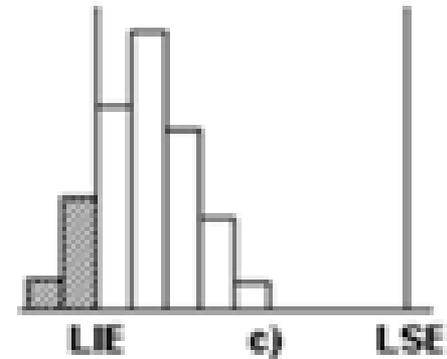
- **Casos em que o histograma satisfaz a especificação:**
  - a) Tudo o que se precisa é manter a atual situação;
  - b) A especificação é satisfeita, mas não há margem extra; portanto, é melhor reduzir um pouco a variabilidade do processo



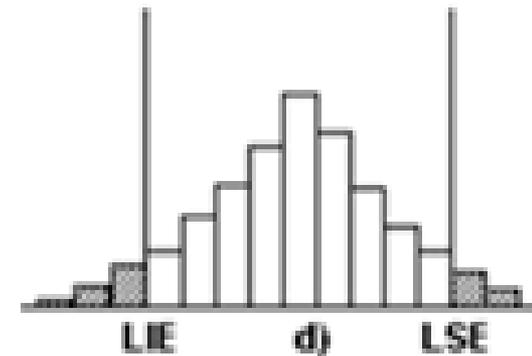
# COMPARAÇÃO DE HISTOGRAMAS E LIMITES DE ESPECIFICAÇÃO

## Casos em que o histograma não satisfaz a especificação:

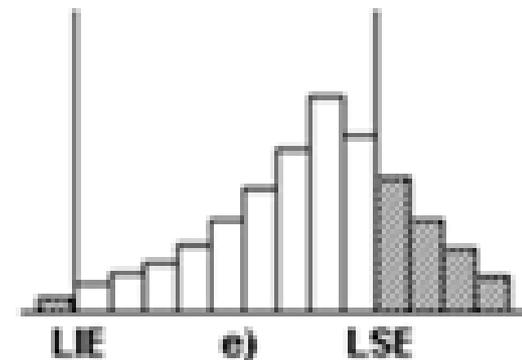
- c) É necessário tomar medidas para colocar a média mais próxima do meio da especificação;



- d) São necessárias ações para reduzir a variação;



- e) São necessárias as medidas descritas nas alíneas “c” e “d”.

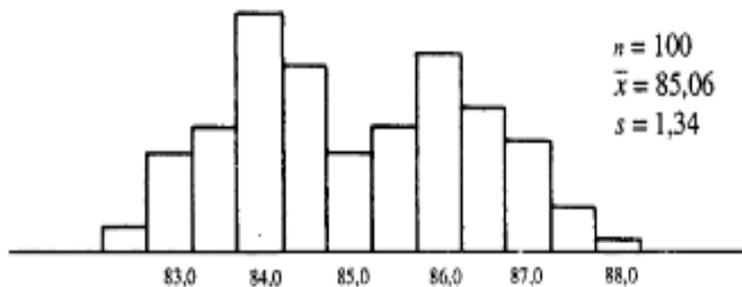


# ESTRATIFICAÇÃO DE HISTOGRAMAS

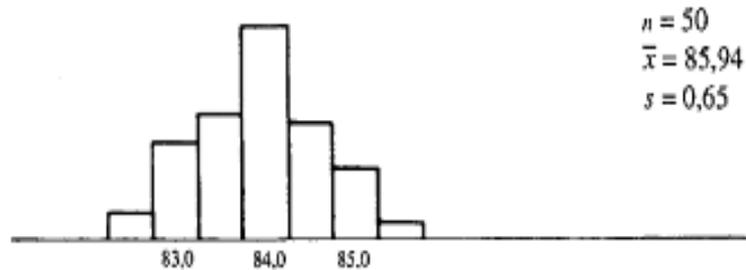
- Quando os valores observados são divididos em duas ou mais sub populações, conforme as condições existentes na coleta de dados, tais sub populações são chamadas de extratos e a divisão dos dados em extratos é chamada de Estratificação.
- Quando os valores são estratificados, a causa de variação torna-se evidente, por isso, essa ferramenta pode aumentar a qualidade reduzindo a variabilidade e ajuste da média do processo.
- A estratificação é, normalmente, feita para materiais, turno, máquina e operador.



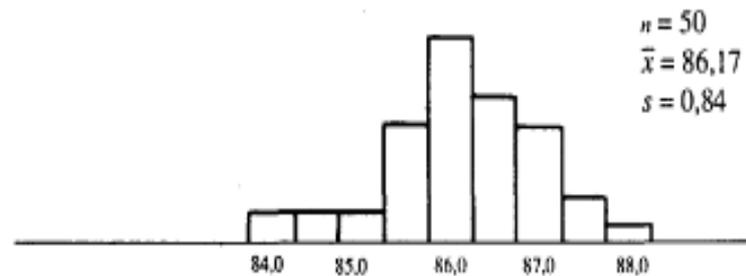
# ESTRATIFICAÇÃO DE HISTOGRAMAS



Histograma global



Histograma do reator A



Histograma do reator B

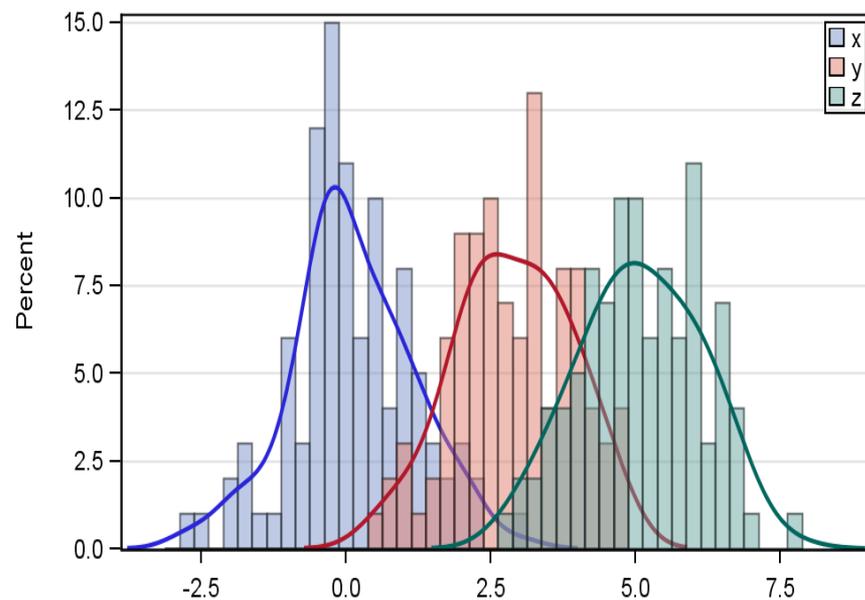


Figura 5.8 Estratificação de Histograma



- **Dúvidas?**



# ATIVIDADE:

- Construir um histograma para as viscosidades abaixo, obtidas de 50 lotes de um certo produto:

184	182	169	167	181	170	162	167	160	166
176	156	172	187	172	184	172	170	177	172
163	187	184	166	168	176	159	180	189	170
179	169	169	181	180	164	177	180	175	182
165	173	173	167	171	176	172	164	184	172

- Determinar o maior e o menor valor ( $x_{\text{máx}}$  e  $x_{\text{mín}}$ )
- Calcular a amplitude total dos dados  $R = x_{\text{max}} - x_{\text{min}}$
- Determinar o número de classes  $k = \sqrt{n}$  (arredondar para o inteiro inferior)
- Calcular a amplitude das classes  $h = R/k$  (arredondar para o inteiro superior)
- Determinar os limites das classes: iniciar em 155
- Construir uma tabela de frequências
- Traçar o diagrama

